

이론시험

유의사항

1. 받은 봉투에는 영어문제와 한글문제가 각 1부씩 들어있다.
2. 주어진 5시간 동안에 15개의 짧은 문제(1번-15번)와 3개의 긴 문제를 풀어야 한다.
3. 책상 위에 주어진 펜만 사용할 수 있다.
4. 답안은 답안지에만 작성해야 하며, 각 문제마다 새로운 페이지에 답안을 작성해야 한다.
오직 답안지만 채점된다.
5. 빈 종이를 연습지로 사용할 수 있다. 이들 연습지는 채점되지 않는다.
6. 각 페이지의 상단에 본인의 code와 문제 번호를 기재해야 한다.
7. 답안이 한 페이지 이상 넘어가면, 답안의 각 페이지마다 번호를 매겨야 한다.
8. 최종답안 주위를 사각형으로 둘러싸시오.
9. 답안이 숫자일 때는 단위가 주어져야 하고 적절한 개수의 유효숫자로 표현되어야 한다.
10. 단위는 SI 단위이거나 천문학에서 일반적으로 사용되는 단위이어야 한다. 단위가 없거나 유효숫자의 개수가 부적절하면 감점이 된다.
11. 시험이 종료되면, 모든 종이를 봉투에 넣어서 책상 위에 놓아둔다.
12. 답안에는 풀이 과정이 모두 포함되어야 하며, 중간과정의 계산 값들이 주어져야 한다.

짧은 이론 문제

각 문제는 최대 10점

- 대부분의 단발성(한 번만 등장) 혜성은 오르트(Oort) 구름에서 태양계의 안쪽으로 곧바로 진입한다. 이 혜성이 오르트 구름에서 태양계 안쪽까지 오는데 얼마나 오래 걸리는지 추산하시오. 혜성 궤도의 원일점은 태양에서 35000 AU 떨어진 오르트 구름에 있었다고 가정하시오.
- 직경이 40 pc인 구상성단에 있는 별의 개수를 계산하시오. 이 성단의 가장자리에서 탈출속도는 6 km/s이고, 대부분의 별은 태양과 유사하다고 가정하시오.
- 2011년 3월 9일 보이저 탐사선은 태양으로부터 116.406 AU의 거리에서 17.062 km/s의 속도로 여행하고 있었다. 이 탐사선의 궤도가 (a)타원(elliptical) (b)포물선(parabolic), (c)쌍곡선(hyperbolic) 중에서 어느 것인지 결정하시오. 보이저에서 보았을 때, 태양의 겉보기 등급은 얼마인가?
- 포보스가 화성 적도면 상에서 원 궤도를 돈다고 가정할 때, 화성의 적도 상에 있는 한 점에서 포보스가 지평선 위에 있는 시간을 계산하시오.
계산에 다음 자료를 사용하시오.
화성의 반경: $R_{\text{Mars}} = 3393 \text{ km}$ 화성의 자전주기: $T_{\text{Mars}} = 24.623 \text{ h}$
화성의 질량: $M_{\text{Mars}} = 6.421 \times 10^{23} \text{ kg}$ 포보스의 궤도 반경: $R_p = 9380 \text{ km}$
- 관측 파장 $\lambda=1 \text{ cm}$ 인 전파망원경이, 직경 $D=10 \text{ cm}$ 인 광학망원경과 같은 분해능(resolution)을 가지려면, 전파망원경의 직경은 얼마여야 하는가?

6. 기조력은 지구에 토크(torque)를 작용시킨다. 지난 수억 년 동안 이 같은 토크(6.0×10^{16} N m)와 항성년(3.15×10^7 s)의 길이가 일정했다고 가정할 때, 6.0×10^8 년 전에는 일 년의 길이가 몇 일이었는지 계산하시오. 속이 균일하게 채워진 구(sphere)의 관성모멘트 $I = \frac{2}{5}mR^2$ 이다. (m은 질량, R은 반경)

7. 인공위성이 지구 주위를 원 궤도로 돌고 있다. 인공위성의 초기 운동량은 벡터 \mathbf{p} 로 표현된다. 어느 시점에서 폭발을 발파시켜 인공위성에 $\Delta\mathbf{p}$ 의 충격량이 추가적으로 주어졌는데, $\Delta\mathbf{p}$ 의 크기는 \mathbf{p} 의 크기(즉, $|\mathbf{p}|$)와 같다.

α 는 벡터 \mathbf{p} 와 벡터 $\Delta\mathbf{p}$ 의 사이각이고, β 는 인공위성의 동경(radius)벡터와 벡터 $\Delta\mathbf{p}$ 의 사이각이다. 추가적 충격량 $\Delta\mathbf{p}$ 의 방향을 고려함으로써, 원래의 궤도를 아래에 주어진 각 경우의 궤도로 바꾸는 게 가능한지 판단해보시오. 가능하다면 답안지에 영어로 "YES"를 표시하고, 그런 궤도가 가능한 α 와 β 의 값을 쓰시오. 만약 그 같은 궤도가 불가능하다면, 영어로 "NO"를 표시하시오.

- (a) 폭발점이 근지점이 되는 쌍곡선 궤도
- (b) 폭발점이 근지점이 되는 포물선 궤도
- (c) 폭발점이 근지점이 되는 타원 궤도
- (d) 원 궤도
- (e) 폭발점이 원지점이 되는 타원 궤도

$\alpha=180^\circ$ 이고 $\beta=90^\circ$ 이면, 새로운 궤도는 지구 중심을 향하여 수직으로 자유 낙하하는 직선궤도가 되는 점에 주목하시오.

8. 먼지(티끌) 알갱이를 흑체로 가정하고, 구형의 티끌 알갱이의 직경을 계산하시오. 이 티끌은 태양으로부터 1 AU의 거리에서 복사압과 태양 중력 간의 평형에 의해 계속 머무를 수 있다. 티끌 알갱이의 밀도는 $\rho=10^3$ kg m⁻³로 가정한다.

9. 별들 사이의 거리는 별의 크기에 비해 아주 크다. 따라서 성간 물질을 포함하지 않는 성단과 은하는 뒤에 놓여있는 천체들을 가로막지 않는다. 표면 밝기가 $\mu=18.0$ mag arcsec⁻²인 은하가 있는 방향을 바라볼 때, 별에 의해 가려진 하늘의 비율을 추산하시오. 이 은하는 태양과 비슷한 별들로 이루어졌다고 가정하시오.

10. 지구 자기권을 $30 \mu\text{T}$ 의 일정한 자기장과 두께가 $1.0 \times 10^4 \text{ km}$ 인 띠로 가정한다. 양성자 한 개가 띠에 수직하게 입사했다면, 이 양성자가 지구 자기권을 투과하는데 필요한 최소 에너지를 추산하고, 양성자의 운동 경로를 그리시오.

(이 같은 높은 에너지에서 운동량은 E/c 로 표현될 수 있다. 복사 효과는 무시하시오)

11. 적색이동 $z=6.03$ 인 은하의 스펙트럼으로부터 이 은하 내의 별들의 나이가 $(560 \sim 600) \times 10^6$ 년으로 결정되었다. 이 은하의 별 탄생 시점은 z 가 어느 값일 때 일어났는가?

우주의 현재 나이는 $t_0 = 13.7 \times 10^9$ 년이며, 우주 팽창률은 우주상수 $\Lambda=0$ 의 평탄우주모형(flat cosmological model)에 의해 주어진다고 가정한다.

(이 모형에서, t 를 빅뱅부터의 시간으로 할 때, 척도인자(scale factor)는 $R \propto t^{2/3}$ 로 주어진다.)

12. 고정된 경위도 좌표를 가진 지구상의 한 장소에서 보이는 하늘의 영역은 지구 자전축의 세차운동으로 인해 시간에 따라 변한다. 언젠가, Krakow에서 볼 때, 시리우스(Sirius)가 뜨지 않는 반면에 카노푸스(Canopus)는 뜨고 지는 게 가능할까?

지구의 자전축은 내각이 47° 인 뿔체를 따라 이동한다고 가정한다. Krakow의 위도는 50.1°N 이다.

이들 별의 현재 적도좌표(적경과 적위)는

Sirius($\alpha \text{ CMa}$) : $6^{\text{h}}45^{\text{m}}$, $-16^\circ43'$

Canopus ($\alpha \text{ Car}$) : $6^{\text{h}}24^{\text{m}}$, $-52^\circ42'$

13. 적도좌표(α , δ)에서 황도방정식(equation of the ecliptic)은 아래의 형태로 주어진다.

$$\delta = \arctan(\sin \alpha \tan \epsilon)$$

ϵ 은 황도면에 대한 천구 적도의 각이다.

위도 $\varphi = 49^\circ34'$, 지방항성시 $\theta = 0^{\text{h}}51^{\text{m}}$ 인 관측자를 위해 비슷한 관계식 $h = f(A)$ 으로 은하 적도를 지평좌표(A , h)를 사용하여 표현하시오.

14. 매 초마다 태양에 수직한 지구 표면 1 m^2 의 면적을 통과해 지나가는 태양 중성미자(neutrino)의 개수를 추산하시오. 태양에서 핵융합 반응이 한번 일어날 때마다 26.8 MeV 의 에너지와 2개의 중성미자가 생성된다는 사실을 이용하시오.

15. 우주배경복사가 우주의 전 역사에 걸쳐 흑체 스펙트럼을 갖는다면, 이 배경복사의 온도가 적색이동 z 에 따라 어떻게 변하는지 추산하시오.

특히, 현재 관측 가능한 가장 먼 시점인 $z \approx 10$ 에서의 우주배경복사 온도를 계산하시오.

현재 우주배경복사의 온도는 2.73K 이다.

긴 이론 문제(각 문제 당 최대 30점)

1. HD209458 별 주위를 84 시간 주기로 회전하는 행성이 있다. 행성이 별 앞을 지나가는 성면 횡단(transit)이 관측되었는데 이 현상의 지속 시간은 180분이었다. 행성 대기 흡수선의 도플러 효과 또한 측정되었는데, 이 값은 성면 횡단의 시작 시간과 종료 시간 사이의 (관측자에 상대적인) 시선속도 차이인 30km/s에 해당했다. 관측자에 대해 완전히 측면으로 놓인(edge-on) 원 궤도를 가정하여, 별의 대략적 반경 및 질량과 함께 행성의 궤도 반경을 구하시오.

2. 적색이동 $z=0.500$ 을 갖는 어느 은하단의 영역 내에서 일반적인 타원은하처럼 보이는 은하가 관측되었다. 이 은하의 B-필터에서의 겉보기 등급은 $m_B=20.40$ mag이다.

적색이동 $z=0.500$ 에 해당하는 광도 거리(luminosity distance)는 $d_L=2754$ Mpc이다.

250nm에서 500nm까지의 파장 영역에서 타원은하의 "스펙트럼 에너지 분포(SED)"는 아래 식으로 적절하게 근사될 수 있다.

$$L_\lambda(\lambda) \propto \lambda^4$$

(즉, 천체 광도의 분광밀도(spectral density), 혹은 "단파장 광도(monochromatic luminosity)"는 λ^4 에 비례한다.)

a) B-필터에서 이 은하의 절대등급은 얼마인가?

b) 이 은하는 위 은하단의 멤버일 수 있는가? (최종 계산 결과 옆에 "YES" 혹은 "NO"를 쓰시오.)

힌트: 작은 파장 간격에서 플럭스의 분광밀도가 천체까지의 거리에 어떻게 의존하는지 나타내는 관계식을 수립해 보시오. 일반적인 타원은하는 최대 절대등급이 -22 mag이다.

3. 천체투영관 프로그램 "가이드(Guide)"가 태양 질량을 갖는 두 별에 대해 다음과 같은 자료를 제공했다.

별	1	2
Right Ascension(적경)	$14^{\text{h}} 29^{\text{m}} 44.95^{\text{s}}$	$14^{\text{h}} 39^{\text{m}} 39.39^{\text{s}}$
Declination(적위)	$-62^{\circ} 40' 46.14''$	$-60^{\circ} 50' 22.10''$
Distance(거리)	1.2953 pc	1.3475 pc
Proper motion in R.A. (적경 방향 고유운동)	$-3.776 \text{ arcsec / year}$	$-3.600 \text{ arcsec / year}$
Proper motion in Dec. (적위방향 고유운동)	$0.95 \text{ arcsec / year}$	$0.77 \text{ arcsec / year}$

이들 자료를 바탕으로, 이 두 별이 중력적으로 속박된 계를 형성하고 있는지의 여부를 결정하시오.

별들이 주계열성이라고 가정하시오. 최종 계산 결과와 함께, 속박된 계이면 "YES"를, 그렇지 않으면 "NO"를 쓰시오.

유의사항: 적경(R.A.) 방향 고유운동은 별의 적위(Dec.)에 대한 보정이 이미 포함된 값이다.